

## Прототипы задания 24

1. Отрезки  $AB$  и  $DC$  лежат на параллельных прямых, а отрезки  $AC$  и  $BD$  пересекаются в точке  $M$ . Найдите  $MC$ , если  $AB = 14$ ,  $DC = 42$ ,  $AC = 52$ .
2. Прямая, параллельная стороне  $AC$  треугольника  $ABC$ , пересекает стороны  $AB$  и  $BC$  в точках  $K$  и  $M$  соответственно. Найдите  $AC$ , если  $BK : KA = 3 : 4$ ,  $KM = 18$ . (Отв.42)
3. Катеты прямоугольного треугольника равны 18 и 24. Найдите высоту, проведённую к гипотенузе.
4. Точка  $H$  является основанием высоты, проведённой из вершины прямого угла  $B$  треугольника  $ABC$  к гипотенузе  $AC$ . Найдите  $AB$ , если  $AH = 6$ ,  $AC = 24$ . (Отв.12)
5. Прямая, параллельная основаниям трапеции  $ABCD$ , пересекает её боковые стороны  $AB$  и  $CD$  в точках  $E$  и  $F$  соответственно. Найдите длину отрезка  $EF$ , если  $AD = 42$ ,  $BC = 14$ ,  $CF : DF = 4 : 3$ . (Отв.30)
6. Найдите боковую сторону  $AB$  трапеции  $ABCD$ , если углы  $ABC$  и  $BCD$  равны соответственно  $60^\circ$  и  $135^\circ$ , а  $CD = 36$ . (Отв.  $12\sqrt{6}$ )
7. Биссектрисы углов  $A$  и  $D$  параллелограмма  $ABCD$  пересекаются в точке, лежащей на стороне  $BC$ . Найдите  $AB$ , если  $BC = 44$ . (Отв.22)
8. Расстояние от точки пересечения диагоналей ромба до одной из его сторон равно 15, а одна из диагоналей ромба равна 60. Найдите углы ромба. (Отв.60 и 120)
9. Высота  $AH$  ромба  $ABCD$  делит сторону  $CD$  на отрезки  $DH = 8$  и  $CH = 2$ . Найдите высоту ромба. (Отв.6)
10. Биссектрисы углов  $A$  и  $B$  при боковой стороне  $AB$  трапеции  $ABCD$  пересекаются в точке  $F$ . Найдите  $AB$ , если  $AF = 24$ ,  $BF = 10$ . (Отв.26)
11. Отрезки  $AB$  и  $CD$  являются хордами окружности. Найдите длину хорды  $CD$ , если  $AB = 10$ , а расстояния от центра окружности до хорд  $AB$  и  $CD$  равны соответственно 12 и 5. (Отв.24)
12. Углы  $B$  и  $C$  треугольника  $ABC$  равны соответственно  $71^\circ$  и  $79^\circ$ . Найдите  $BC$ , если радиус окружности, описанной около треугольника  $ABC$ , равен 8. (Отв.8)
13. Вершины треугольника делят описанную около него окружность на три дуги, длины которых относятся, как 6:7:23. Найдите радиус окружности, если меньшая из сторон треугольника равна 12. (Отв.12)
14. Окружность, вписанная в треугольник  $ABC$ , касается его сторон в точках  $M$ ,  $K$  и  $P$ . Найдите углы треугольника  $ABC$ , если углы треугольника  $MKP$  равны  $56^\circ$ ,  $57^\circ$  и  $67^\circ$ . (Отв.68, 66, 46)
15. Точка  $H$  является основанием высоты  $BH$ , проведённой из вершины прямого угла  $B$  прямоугольного треугольника  $ABC$ . Окружность с диаметром  $BH$  пересекает стороны  $AB$  и  $CB$  в точках  $P$  и  $K$  соответственно. Найдите  $PK$ , если  $BH = 14$ . (Отв.14)

### Прототипы задания 25

1. Основания  $BC$  и  $AD$  трапеции  $ABCD$  равны соответственно 5 и 20,  $BD = 10$ . Докажите, что треугольники  $CBD$  и  $ADB$  подобны.
2. В выпуклом четырёхугольнике  $ABCD$  углы  $BCA$  и  $BDA$  равны. Докажите, что углы  $ABD$  и  $ACD$  также равны.
3. Докажите, что отрезок, соединяющий середины оснований трапеции, делит её на две равные по площади части.
4. На средней линии трапеции  $ABCD$  с основаниями  $AD$  и  $BC$  выбрали произвольную точку  $E$ . Докажите, что сумма площадей треугольников  $BEC$  и  $AED$  равна половине площади трапеции.
5. Известно, что около четырёхугольника  $ABCD$  можно описать окружность и что продолжения сторон  $AB$  и  $CD$  четырёхугольника пересекаются в точке  $M$ . Докажите, что треугольники  $MBC$  и  $MDA$  подобны.
6. Точка  $E$  — середина боковой стороны  $AB$  трапеции  $ABCD$ . Докажите, что площадь треугольника  $ECD$  равна половине площади трапеции.
7. Высоты  $AA_1$  и  $BB_1$  остроугольного треугольника  $ABC$  пересекаются в точке  $E$ . Докажите, что углы  $AA_1B_1$  и  $ABB_1$  равны.
8. Биссектрисы углов  $A$  и  $D$  параллелограмма  $ABCD$  пересекаются в точке  $E$  стороны  $BC$ . Докажите, что  $E$  — середина  $BC$ .
9. В трапеции  $ABCD$  с основаниями  $AD$  и  $BC$  диагонали пересекаются в точке  $O$ . Докажите, что площади треугольников  $AOB$  и  $COD$  равны.
10. В треугольнике  $ABC$  с тупым углом  $ACB$  проведены высоты  $AA_1$  и  $BB_1$ . Докажите, что треугольники  $A_1CB$  и  $ACB$  подобны.
11. На стороне  $AC$  треугольника  $ABC$  выбраны точки  $D$  и  $E$  так, что отрезки  $AD$  и  $CE$ . Оказалось, что отрезки  $BD$  и  $BE$  тоже равны. Докажите, что треугольник  $ABC$  — равнобедренный.
12. Через точку  $O$  пересечения диагоналей параллелограмма  $ABCD$  проведена прямая, пересекающая стороны  $AB$  и  $CD$  в точках  $P$  и  $T$  соответственно. Докажите, что  $BP = DT$ .
13. Биссектрисы углов  $B$  и  $C$  трапеции  $ABCD$  пересекаются в точке  $O$ , лежащей на стороне  $AD$ . Докажите, что точка  $O$  равноудалена от прямых  $AB$ ,  $BC$  и  $CD$ .
14. Окружности с центрами в точках  $I$  и  $J$  пересекаются в точках  $A$  и  $B$ , причём точки  $I$  и  $J$  лежат по одну сторону от прямой  $AB$ . Докажите, что  $AB \perp IJ$ .
15. Докажите, что медиана треугольника делит его на два треугольника, площади которых равны между собой.