1. Общая характеристика содержания билетов, требований к уровню подготовки выпускников основной школы. Особенности проведения устного экзамена.

Целью устного зачета является проверка уровня предметной компетентности учащихся 9 классов по геометрии за курс основной школы в рамках подготовки к проведению итоговой аттестации.

Отличие геометрии от всех других образовательных предметов состоит в том, что ее содержание практически не меняется в течение многих веков и основные цели ее изучения также остаются неизменными:

1. Развитие пространственных представлений, что в требованиях, предъявляемых к знаниям и умениям учащихся стандартом, формулируется

как умение:

• читать и делать чертежи, необходимые для решения;

• выделять необходимую конфигурацию при чтении чертежа;

• определять необходимость дополнительных построений при решении задач и выполнять их;

• различать взаимное расположение геометрических фигур.

2. Формирование и развитие логического мышления, что в требованиях, предъявляемых к знаниям и умениям учащихся стандартом, формулируется как владение методами доказательств, применяемыми при обосновании геометрических утверждений (теорем, лемм, следствий и т.д.), а также при проведении аргументации и доказательных рассуждений в ходе решения задач.

2. Контролируемое содержание.

Требования к уровню подготовки выпускников.

Комплект билетов включает в себя 15 билетов, предназначен для выпускников общеобразовательных учреждений.

На проверку выносятся те вопросы, уровень сложности доказательства которых соизмерим во всех действующих учебниках. Этот принцип гарантирует «одинаковый вес» вопросов в билете для учеников, обучавшихся по разным учебникам, и, как результат, соответствие каждого билета определенному среднему для всего комплекта уровню сложности. Задачи в билетах носят рекомендательный характер, числовые данные на зачете могут быть изменены.

3. Структура экзаменационного билета.

Билеты каждого комплекта содержат четыре вопроса по различным темам курса (два теоретических вопроса и две задачи).

3.1. Теоретическая часть.

Первый вопрос проверяет *владение терминологией и понимание основных свойств геометрических фигур.* Здесь требуется дать определения, сформулировать признаки, свойства и по возможности *пояснить их на самостоятельно подобранных примерах* (поскольку не в каждом случае возможно приведение учеником подобных примеров, то эта фраза в формулировку вопроса не вынесена). *Не следует требовать доказательства приведенных теоретических фактов.*

Заметим, что формулировка вопроса предполагает составление некоторого связного рассказа, а не только формулирование теоретических фактов.

Второй вопрос проверяет *умение провести доказательство* указанного свойства – насколько ученик способен излагать свои мысли математически грамотно, приводить аргументы и вести рассуждение.

При ответе на этот вопрос формулируются *все* требуемые теоретические факты, а обосновывается *либо один* из них по выбору учащегося, *либо тот, доказательство которого оговорено* в формулировке вопроса. И в этом случае ответ на вопрос строится в форме рассказа. При этом требуется лишь определить все заявленные в формулировке геометрические фигуры, а внимание акцентировать на доказательстве выбранного утверждения.

3.2. Практическая часть. Третий и четвертый вопросы билета – задачи. Цель включения этих заданий – *проверка овладения учащимися основными практическими умениями,* полученными в ходе изучения курса, подготовка обучающихся к успешной сдачи ОГЭ по математике.

Задачи, включенные в билеты, значительно различаются по уровню сложности.

При решении *первой задачи* требуется распознать ситуацию, проиллюстрировав ее с помощью чертежа, и произвести несложные вычисления.

Как правило, для этого необходимо *применение одного элемента содержания.*

Вторая задача требует использования в ходе решения фактов из нескольких изученных тем курса планиметрии или доказательства различных фактов. Специфика этих задач такова, что рациональный способ решения содержит немного шагов, *но используемая в задаче ситуация не самая типичная.*

Здесь требуются:

• умение применять известные факты в измененной ситуации;

• знания о свойствах различных конфигураций;

• владение способами и методами решения различных типов задач.

Именно такие требования в последние годы предъявляются математическим сообществом к умению решать планиметрические задачи. Этот подход реализуется и при отборе задач в варианты ОГЭ по математике.

4. Время подготовки выпускника. Система оценивания ответа.

Примерное время, отводимое на подготовку выпускника к ответу, – 20–30 минут, независимо от выбранного комплекта билетов.

Оценивание ответа осуществляется по *традиционной пятибалльной шкале.*

Отметка «5» ставится, если ученик ответил на теоретические вопросы и решил вторую задачу или обе задачи билета.

Отметка «4» ставится, если ученик ответил на оба теоретических вопроса и решил первую задачу или ответил только на один теоретический вопрос, но решил вторую или обе задачи билета.

Отметка «3» ставится, если ученик ответил на первый теоретический вопрос и решил первую задачу или ответил на два теоретических вопроса.

Во всех остальных случаях ставится **отметка «2»**.

При ответе в задании № 3 учащийся решает одну из предложенных задач, выбранных комиссией.

При ответе в задании № 4 учащийся решает одну из задач по собственному выбору.

Комплект билетов по геометрии для выпускников 9 классов

Билет № 1

1. Углы, образованные при пересечении двух параллельных прямых третьей прямой и их свойства.

2. Треугольник: определение и виды. Теорема косинусов. Теорема синусов (доказательство по выбору учащихся)

3.1. Найдите диагонали равнобедренной трапеции, основания которой равны 4 см и 6 см, а боковая сторона равна 5 см.

3.2. В равнобедренном треугольнике ABC $AC = BC$. Найдите AC, если высота $CH = 12,$ $AB = 10$.

3.3. Диагональ AC параллелограмма $ABCD$ образует с его сторонами углы, равные 30° и 45°. Найдите больший угол параллелограмма.

4.1. Отрезки AB и DC лежат на параллельных прямых, а отрезки AC и BD пересекаются в точке M. Найдите MC, если $AB = 14$, $DC = 42$, $AC = 52$.

4.2. Внутри параллелограмма $ABCD$ выбрали произвольную точку E. Докажите, что сумма площадей треугольников BEC и AED равна половине площади параллелограмма.

Билет № 2

1. Смежные и вертикальные углы: определение и свойство.

2. Параллелограмм. Формулы площади параллелограмма. Вывод формулы площади параллелограмма (одной по выбору учащегося).

3.1. Углы ADC и ABC вписаны в окружность. Какой может быть величина угла ADC, если известно, что <ABC = 56°?

3.2. Найдите острый угол параллелограмма $ABCD$, если биссектриса угла A образует со стороной BC угол, равный 41°. Ответ дайте в градусах.

3.3. В треугольнике ABC $AB = BC = 53$, $AC = 56$. Найдите длину медианы BM.

4.1. Катеты прямоугольного треугольника равны 18 и 24. Найдите высоту, проведѐнную к гипотенузе.

4.2. Основания BC и AD трапеции $ABCD$ равны соответственно 5 и 20, $BD = 10$. Докажите, что треугольники CBD и ADB подобны.

Билет № 3

1. Взаимное расположение прямых. Параллельные и перпендикулярные прямые: определение и свойства.

2. Прямоугольный треугольник. Теорема Пифагора (доказательство).

3.1. Найдите площадь круга, если длина окружности равна 8π см.

3.2. Биссектриса равностороннего треугольника равна $13\sqrt{3}$. Найдите сторону этого треугольника.

3.3. В треугольнике ABC $AC = BC$. Внешний угол при вершине B равен 146°. Найдите угол C. Ответ дайте в градусах.

4.1. Прямая, параллельная стороне AC треугольника ABC, пересекает стороны AB и BC в точках K и M соответственно. Найдите AC, если $BK : KA = 3 : 4$, $KM = 18$.

4.2. В выпуклом четырёхугольнике $ABCD$ углы BCA и BDA равны. Докажите, что углы ABD и ACD также равны.

Билет № 4

1. Треугольник: определение и виды. Равные треугольники (определение). Признаки равенства треугольников.

2. Трапеция: определение и виды. Вывод формулы площади трапеции.

3.1. Величины углов АВС и КВС относятся как 7 : 3, а их разность равна 72°. Могут ли эти углы быть смежными?

3.2. В треугольнике ABCизвестно, что $AB = BC$, $\angle ABC = 108^\circ$. Найдите угол BCA. Ответ дайте в градусах.

3.3. В треугольнике ABC угол C равен 90°, $AC = 15, \cos A = \frac{5}{7}$. Найдите AB.

4.1. Точка H является основанием высоты, проведённой из вершины прямого угла B треугольника ABC к гипотенузе AC. Найдите AB, если $AH = 6$, $AC = 24$.

4.2. Докажите, что отрезок, соединяющий середины оснований трапеции, делит её на две равные по площади части.

Билет № 5

1. Параллелограмм: определение, свойства и признаки.

2. Теорема Фалеса (доказательство).

3.1. В равностороннем треугольнике АВС проведена высота BD. Найдите углы треугольника ABD.

3.2. Точка D на стороне AB треугольника ABC выбрана так, что $AD = AC$. Известно, что

$\angle CAB = 80^\circ$ и $\angle ACB = 59^\circ$. Найдите угол DCB. Ответ дайте в градусах.

3.3. В прямоугольном треугольнике ABCкатет $AC = 35$, а высота CH, опущенная на гипотенузу, равна $14\sqrt{6}$.Найдите $\sin \angle ABC$..

4.1. Прямая, параллельная основаниям трапеции $ABCD$, пересекает её боковые стороны AB и CD в точках E и F соответственно. Найдите длину отрезка EF, если $AD = 42$, $BC = 14$, $CF : DF = 4 : 3$.

4.2. Известно, что около четырёхугольника $ABCD$ можно описать окружность и что продолжения сторон AB и CD четырёхугольника пересекаются в точке M . Докажите, что треугольники MBC и MDA подобны.

Билет № 6

1. Вектор. Длина (модуль) вектора. Координаты вектора. Равенство векторов.

2. Равнобедренный треугольник. Свойство медианы равнобедренного треугольника, проведенной к основанию (доказательство).

3.1. В остроугольном равнобедренном треугольнике угол между основанием и высотой, проведенной к боковой стороне, равен 34°. Найдите углы этого треугольника.

3.2. Один угол параллелограмма в два раза больше другого. Найдите меньший угол. Ответ дайте в градусах.

3.3. Найдите площадь прямоугольного треугольника, если его катет и гипотенуза равны соответственно 12 и 13.

4.1. Найдите боковую сторону AB трапеции $ABCD$, если углы ABC и BCD равны соответственно 60° и 135°, а $CD = 36$.

4.2. Высоты AA_1 и BB_1 остроугольного треугольника ABC пересекаются в точке E . Докажите, что углы AA_1B_1 и ABB_1 равны.

Билет № 7

1. Прямоугольник: определение и свойства.

2. Средняя линия треугольника. Теорема о средней линии треугольника (доказательство).

3.1. Найдите сторону ромба, если известно, что его диагонали равны 24 см и 32 см.

3.2. Разность углов, прилежащих к одной стороне параллелограмма, равна 40°. Найдите меньший угол параллелограмма. Ответ дайте в градусах.

3.3. В треугольнике ABC угол C равен 90°, $AC = 15, \cos A = \frac{5}{7}$. Найдите AB.

4.1. Биссектрисы углов A и D параллелограмма $ABCD$ пересекаются в точке, лежащей на стороне BC. Найдите AB, если $BC = 44$.

4.2. Точка E — середина боковой стороны AB трапеции $ABCD$. Докажите, что площадь треугольника ECD равна половине площади трапеции.

Билет № 8

1. Ромб: определение и признаки.

2. Треугольник: определение и виды. Теорема о сумме углов треугольника (доказательство).

3.1. Найдите длину окружности, если известно, что площадь круга равна 18π см^2.

3.2. Катеты прямоугольного треугольника равны 8 и 15. Найдите гипотенузу этого треугольника.

3.3. Один из острых углов прямоугольного треугольника равен 23°. Найдите его другой острый угол. Ответ дайте в градусах.

4.1. Расстояние от точки пересечения диагоналей ромба до одной из его сторон равно 15, а одна из диагоналей ромба равна 60. Найдите углы ромба.

4.2. Биссектрисы углов A и D параллелограмма $ABCD$ пересекаются в точке E стороны BC. Докажите, что E — середина BC.

Билет № 9

1. Внешний угол треугольника: определение и свойство.

2. Ромб. Свойства диагоналей ромба (доказательство одного из них по выбору учащегося).

3.1. Найдите число сторон выпуклого многоугольника, сумма внутренних углов которого равна 4320°.

3.2. В треугольнике ABC известно, что $AC = 15$, $BC = 5\sqrt{7}$, угол C равен 90°. Найдите радиус описанной окружности этого треугольника.

3.3. Сумма двух углов равнобедренной трапеции равна 140°. Найдите больший угол трапеции. Ответ дайте в градусах.

4.1. Высота AH ромба $ABCD$ делит сторону CD на отрезки $DH = 8$ и $CH = 2$. Найдите высоту ромба.

4.2. В треугольнике ABC с тупым углом ACB проведены высоты AA_1 и BB_1. Докажите, что треугольники $A1CB1$ и ACB подобны.

Билет № 10

1. Подобные треугольники (определение). Признаки подобия треугольников.

2. Теорема о сумме углов выпуклого n-угольника (доказательство).

3.1. Найдите медиану, проведенную к гипотенузе прямоугольного треугольника, если известно, что его катеты равны 8 см и 6 см.

3.2. Найдите меньший угол равнобедренной трапеции, если два ее угла относятся как 1:2. Ответ дайте в градусах.

3.3. Девочка прошла от дома по направлению на запад 340 м. Затем повернула на север и прошла 60 м. После этого она повернула на восток и прошла ещё 420 м. На каком расстоянии (в метрах) от дома оказалась девочка?

4.1. Биссектрисы углов A и B при боковой стороне AB трапеции $ABCD$ пересекаются в точке F. Найдите AB, если $AF = 24$, $BF = 10$.

4.2. В трапеции *ABCD* с основаниями *AD* и *BC* диагонали пересекаются в точке *O*. Докажите, что площади треугольников *AOB* и *COD* равны.

Билет № 11

1. Медиана, биссектриса и высота треугольника: определения и свойства.

2. Ромб. Вывод формулы площади ромба.

3.1. В прямоугольный треугольник вписана окружность радиуса 4 см. Найдите периметр этого треугольника, если известно, что его гипотенуза равна 26 см.

3.2. Основания трапеции равны 4 см и 10 см. Диагональ трапеции делит среднюю линию на два отрезка. Найдите длину большего из них.

3.3. Человек ростом 1,8 м стоит на расстоянии 12 м от столба, на котором висит фонарь на высоте 5,4 м. Найдите длину тени человека в метрах.

4.1. Отрезки AB и CD являются хордами окружности. Найдите длину хорды CD, если $AB = 10$, а расстояния от центра окружности до хорд AB и CD равны соответственно 12 и 5.

4.2. Докажите, что медиана треугольника делит его на два треугольника, площади которых равны между собой.

Билет № 12

1. Синус и косинус острого угла прямоугольного треугольника: определение, значения некоторых углов (30°, 45° и 60°).

2. Равнобедренный треугольник. Свойство углов при основании равнобедренного треугольника и признак равнобедренного треугольника (доказательство по выбору учащихся).

3.1. Короткое плечо шлагбаума имеет длину 1 м, а длинное плечо – 3 м. На какую высоту (в метрах) опустится конец короткого плеча, когда конец длинного плеча поднимается на 1,8 м?

3.2. Найдите угол *ADC* равнобедренной трапеции *ABCD*, если диагональ *AC* образует с основанием *BC* и боковой стороной *AB* углы, равные 30° и 40° соответственно.

3.3. Сторона *AC* треугольника *ABC* проходит через центр описанной около него окружности. Найдите $\angle C$, если $\angle A = 44°$. Ответ дайте в градусах.

4.1. Углы B и C треугольника ABC равны соответственно $71°$ и $79°$. Найдите BC, если радиус окружности, описанной около треугольника ABC, равен 8.

4.2. Окружности с центрами в точках O_1 и O_2 пересекаются в точках A и B, причём точки O_1 и O_2 лежат по одну стороны от прямой AB. Докажите, что AB и $O_1 O_2$ перпендикулярны.

Билет № 13

1. Угол между векторами. Скалярное произведение векторов: определение и свойства.

2. Формулы площади треугольника. Вывод формулы площади треугольника через две стороны и угол между ними.

3.1. Короткое плечо шлагбаума имеет длину 1 м, а длинное плечо – 3 м. На какую высоту (в метрах) опустится конец короткого плеча, когда конец длинного плеча поднимается на 1,8 м?

3.2. К окружности с центром в точке *O* проведены касательная *AB* и секущая *AO*. Найдите радиус окружности, если *AB* = 12 см, *AO* = 13 см.

3.3. Найдите площадь ромба, если его диагонали равны 14 и 6.

4.1. Вершины треугольника делят описанную около него окружность на три дуги, длины которых относятся, как 6:7:23. Найдите радиус окружности, если меньшая из сторон треугольника равна 12.

4.**2.** Биссектрисы углов B и C трапеции $ABCD$ пересекаются в точке O , лежащей на стороне AD . Докажите, что точка O равноудалена от прямых AB , BC и CD .

Билет № 14

1. Тангенс острого угла прямоугольного треугольника: определение, значения некоторых углов (30°, 45° и 60°).

2. Центральный и вписанный углы. Свойство вписанного угла окружности.

3.1. Точки A и B делят окружность на две дуги, длины которых относятся как 9:11. Найдите величину центрального угла, опирающегося на меньшую из дуг. Ответ дайте в градусах.

3.2. Периметр ромба равен 40, а один из углов равен 30°. Найдите площадь ромба.

3.3. Лестница соединяет точки A и B и состоит из 35 ступеней. Высота каждой ступени равна 14 см, а длина — 48 см. Найдите расстояние между точками A и B (в метрах).

4.1. Окружность, вписанная в треугольник ABC, касается его сторон в точках M , K и P. Найдите углы треугольника ABC, если углы треугольника MKP равны 56°, 57° и 67°.

4.2. Через точку O пересечения диагоналей параллелограмма $ABCD$ проведена прямая, пересекающая стороны AB и CD в точках P и T соответственно. Докажите, что $BP = DT$.

Билет № 15

1. Окружность (определение). Центр, радиус, хорда, диаметр окружности. Взаимное расположение окружности и прямой. Касательная к окружности: определение и свойства.

2. Трапеция. Средняя линия трапеции. Свойство средней линии трапеции (доказательство).

3.1. В равностороннем треугольнике проведены две медианы. Найдите величину острого угла, образовавшегося при их пересечении.

3.2. Точка O — центр окружности, $\angle AOB = 84°$ (см. рисунок). Найдите величину угла ACB (в градусах).

3.3. От столба высотой 9 м к дому натянут провод, который крепится на высоте 3 м от земли. Расстояние от дома до столба 8 м. Вычислите длину провода.

4.1. Точка H является основанием высоты BH, проведенной из вершины прямого угла B прямоугольного треугольника ABC. Окружность с диаметром BH пересекает стороны AB и CB в точках P и K соответственно. Найдите PK, если $BH = 14$.

4.2. На стороне AC треугольника ABC выбраны точки D и E так, что отрезки AD и CE равны. Оказалось, что отрезки BD и BE тоже равны. Докажите, что треугольник ABC — равнобедренный.