

П.64 № 569 – доказать и выучить как теорему

Решить задачи:

**62**

В треугольнике  $ABC$  отрезок  $OT$  — средняя линия,  $\angle A = \angle C$ .

а) Докажите, что треугольник  $COT$  равнобедренный.

б) Найдите периметр треугольника  $COT$ , если периметр треугольника  $ABC$  равен 18 см.

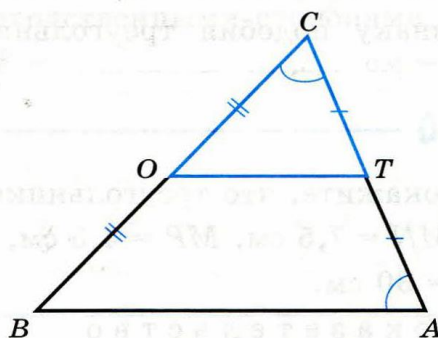
Решение.

а) Так как  $OT$  — \_\_\_\_\_ линия треугольника  $ABC$ , то  $OT \parallel$  \_\_\_\_\_, поэтому  $\angle CTO = \angle$  \_\_\_\_\_ =  $\angle C$ . Следовательно, треугольник  $COT$  — \_\_\_\_\_

б) Так как  $OT$  — средняя \_\_\_\_\_ треугольника  $ABC$ , то  $OT = \frac{1}{2}$  \_\_\_\_\_,  $CO = \frac{1}{2} BC$  и  $CT = \frac{1}{2} AC$ . Следовательно,

$$P_{COT} = OT + CO + CT = \frac{1}{2} AB + \frac{1}{2} BC + \frac{1}{2} AC = \frac{1}{2} (AB + BC + AC) = \frac{1}{2} P_{ABC} = \text{_____ см.}$$

О т в е т . \_\_\_\_\_



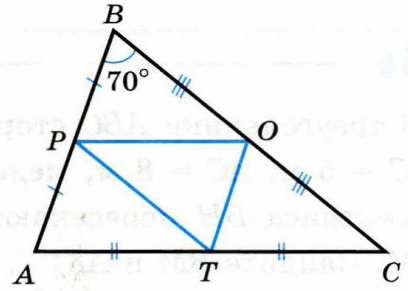
Площадь треугольника  $ABC$  равна  $20 \text{ см}^2$ ,  $\angle B = 70^\circ$ , точки  $P$ ,  $T$  и  $O$  — середины сторон. Найдите: а)  $\angle PTO$ ; б) площадь треугольника  $OTP$ .

Решение.

а) Так как точки  $P$ ,  $T$ ,  $O$  — \_\_\_\_\_ сторон, то отрезки  $PT$ ,  $TO$  и  $PO$  — средние \_\_\_\_\_ треугольника  $ABC$ , следовательно,  $PT \parallel$  \_\_\_\_\_ и  $TO \parallel$  \_\_\_\_\_. Так как противоположные стороны четырехугольника  $BPOT$  попарно \_\_\_\_\_, то этот четырехугольник является \_\_\_\_\_, поэтому  $\angle PTO = \angle$  \_\_\_\_\_ = \_\_\_\_\_.

б) Так как отрезки  $PT$ ,  $TO$  и  $PO$  — средние \_\_\_\_\_ треугольника  $ABC$ , то  $PT = \frac{1}{2} BC$ ,  $TO = \frac{1}{2} AB$  и  $PO = \frac{1}{2} AC$ , т. е.  $\frac{PT}{BC} = \frac{TO}{AB} = \frac{PO}{AC} = \frac{1}{2}$ , поэтому  $\triangle OTP \sim \triangle ABC$  с коэффициентом подобия  $k = \frac{1}{2}$ . Следовательно,  $S_{OTP} : S_{ABC} = 1 : 4$ , откуда получаем:  $S_{OTP} = \frac{1}{4} S_{ABC} = \frac{1}{4} \cdot 20 = 5 \text{ (см}^2\text{)}$ .

О т в е т. а)  $\angle PTO = 70^\circ$ ; б)  $S_{OTP} = 5 \text{ см}^2$ .



Точка  $P$  — середина стороны  $AB$  треугольника  $ABC$ ,  $PM \parallel AC$ . Докажите, что отрезок  $PM$  — средняя линия треугольника  $ABC$ .

Доказательство.

Предположим, что отрезок  $PM$  не является средней \_\_\_\_\_ треугольника  $ABC$ , тогда точка  $M$  не будет серединой стороны \_\_\_\_\_.

Пусть точка  $O$  — середина \_\_\_\_\_  $BC$ , тогда отрезок  $PO$  есть \_\_\_\_\_ линия треугольника  $ABC$ , и поэтому  $PO \parallel AC$ .

Итак, через точку  $P$  проходят \_\_\_\_\_ прямые (\_\_\_\_\_ и \_\_\_\_\_), параллельные прямой \_\_\_\_\_, что противоречит аксиоме \_\_\_\_\_ прямых.

Следовательно, исходное предположение неверно, т. е. отрезок  $PM$  является \_\_\_\_\_ линией треугольника  $ABC$ , что и требовалось \_\_\_\_\_.

